Werken met indexen: algemeen

Ing. J. Kok

1. Inleiding

Bij het samenstellen van kostenramingen (begrotingen) zal de beschikbare kosteninformatie moeten worden aangepast.
Deze aanpassing is meestal tweeledig. Een apparaat bijvoorbeeld, wijkt enerzijds technisch af van de beschikbare kosteninformatie en anderzijds is het prijsdeel van de kosteninformatie historische informatie, verleden tijd dus.
De kostenraming zal in de meeste gevallen voor een bepaalde periode in de toekomst bestemd zijn. Reden om de beschikbare prijsinformatie uit het verleden om te rekenen naar de toekomstige periode, of op zijn minst naar het heden.
Daarnaast wordt vaak de vraag gesteld: „Dat project (fabriek, gebouw, laboratorium, e.d.) dat we toen gebouwd hebben, wat kost dat nu?".
Om op een verantwoorde manier met dergelijke kwesties om te gaan, dient er gebruik te worden gemaakt van officieel gepubliceerde indexcijfers. In Nederland zijn deze vooral afkomstig van het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS), maar er zijn ook andere instanties die dit soort cijfers publiceren.

Het doel van dit artikel is informatie aan te reiken en methoden te verschaffen aan de kostendeskundige, zodat hij op beheerste wijze kan omgaan met (prijs)indexcijfers in het algemeen en procesinstallaties in het bijzonder.

2. Wat zijn indexcijfers

Indexcijfers zijn verhoudingscijfers waarmee het verloop in de tijd (tijdreeksen) wordt weergegeven. Het verschijnsel (artikel) uit de basisperiode wordt daarbij op 100 gesteld, terwijl voor hetzelfde verschijnsel in een andere periode een cijfer wordt bepaald dat de verhouding tot die waarde van 100 uitdrukt.

3. Soorten indexcijfers

Er zijn twee soorten indexcijfers te onderscheiden:
- enkelvoudige indexcijfers;
- meervoudige of samengestelde indexcijfers.

3.1. Enkelvoudige indexcijfers
Een enkelvoudig indexcijfer is een percentage dat de verhouding uitdrukt tussen de grootte van een ndimensionaal verschijnsel in een bepaalde periode (tijdstip of gebied) en de grootte van dat verschijnsel in een andere periode, de zogenaamde basisperiode (basistijdstip of basisgebied).
Om misverstanden te vermijden, moet bij elke vermelding worden aangegeven wat het basisjaar (= 100) is.
Bij een ndimensionaal verschijnsel dienen de kwaliteit en het artikel nauwkeurig te zijn omschreven. Dit geldt overigens voor alle verschijnselen/artikelen waarbij indexcijfers worden toegepast.

Voorbeeld:
De prijs van een artikel A is op 1 januari 1985 ƒ 1,— per stuk.
De prijs van dit artikel A is op 1 januari 1995 ƒ 1,25 per stuk.
Als het basistijdstip 1 januari 1985 is, dan is het enkelvoudige prijsindexcijfer:

$$\frac{1{,}25}{1{,}00} \times 100 = 125$$

Is 1 januari 1995 het basistijdstip, dan is het enkelvoudig prijsindexcijfer:

$$\frac{100}{125} \times 100 = 80$$

Zoals hierboven al is aangegeven, moet de basis altijd duidelijk vermeld worden.

In formulevorm: $I_{prijs} = 100 \times \frac{P95}{P85}$; I = indexcijfer, P = prijs

3.2. Samengestelde indexcijfers
Een samengesteld indexcijfer is een samenvattend verhoudingsgetal voor een combinatie van artikelen, uitgedrukt in procenten van de waarde die dat samenvattend getal heeft in de basisperiode.
De meest voorkomende samengestelde indices zijn die voor:
- prijs;
- hoeveelheid;
- omzet.

Hierbij komt omzet overeen met prijs × hoeveelheid voor de van toepassing zijnde verschijnselen.

Voorbeeld samengesteld prijsindexcijfer

	1990 = basisjaar		1995 = lopend jaar	
Omschrijving	Hoeveelheid	Prijs/eenheid	Hoeveelheid	Prijs/eenheid
Artikel A	100 kg	ƒ 1,00	90 kg	ƒ 1,25
Artikel B	20 liter	ƒ 2,50	16 liter	ƒ 3,25

Het enkelvoudige prijsindexcijfer voor 1995 bedraagt:

– voor artikel A $= \frac{1{,}25}{1{,}00} \times 100 = 125$

– voor artikel B $= \frac{3{,}25}{2{,}50} \times 100 = 130$

Het (ongewogen) samengestelde prijsindexcijfer voor 1995 bedraagt:

$$\mathrm{I}\,\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{s.o.}} = \frac{125 + 130}{2} = 127{,}5$$

$\mathrm{I}\,\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{s.o.}}$ = prijsindexcijfer, samengesteld ongewogen.)

Hierbij is ervan uitgegaan dat in het „pakket” beide artikelen even zwaar wegen, met andere woorden, de wegingsco ffici nten zijn gelijk.
In de praktijk zal meestal niet hetzelfde gewicht worden toegekend, maar zullen de hoeveelheden artikelen worden betrokken bij de berekening van het prijsindexcijfer in een bepaalde periode.
Betrekken we de hoeveelheden uit bovengenoemd voorbeeld in de berekening van het gewogen prijsindexcijfer, dan wordt de uitkomst:

$$\mathrm{I}\,\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{s.g.}} = \frac{\mathrm{H}\,\frac{\mathrm{A}}{90} \times \mathrm{P}\,\frac{\mathrm{A}}{95} + \mathrm{H}\,\frac{\mathrm{B}}{90} \times \mathrm{P}\,\frac{\mathrm{B}}{95}}{\mathrm{H}\,\frac{\mathrm{A}}{90} \times \mathrm{P}\,\frac{\mathrm{A}}{90} + \mathrm{H}\,\frac{\mathrm{B}}{90} \times \mathrm{P}\,\frac{\mathrm{B}}{90}} \times 100, \text{ ingevuld wordt dit:}$$

$$\mathrm{I}\,\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{s.g.}} = \frac{100 \times 1{,}25 + 20 \times 3{,}25}{100 \times 1{,}00 + 20 \times 2{,}50} \times 100 = 126{,}6 \ (1990 = 100),$$

(I $\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{s.g.}}$ = prijsindexcijfer, samengesteld gewogen.)

$H\frac{A}{90}$ = hoeveelheid artikel A in 1990, $P\frac{A}{95}$ = prijs van artikel A in 1995.)

Het hoeveelheidsgegeven van 1995 is dus niet nodig, omdat met constante pakketten wordt gewogen; voor inzicht in de ontwikkeling van het hoeveelheidsindexcijfer is dit natuurlijk wel nodig.
De gewogen prijsindex is lager dan de ongewogen prijsindex omdat in feite de prijs van het *pakket uit 1990* wordt vergeleken met de prijs van datzelfde pakket in 1995, zonder rekening te houden met de invloed van de hoeveelheden in 1995.

Voorbeeld gewogen hoeveelheidsindexcijfer
Voor de berekening maken we gebruik van dezelfde gegevens als die hierboven zijn gebruikt voor het gewogen prijsindexcijfer; wegen doen we nu met de prijzen uit het basisjaar.

$$I\frac{H}{\text{s.g.}} = \frac{H\frac{A}{95}\times P\frac{A}{90} + H\frac{B}{95}\times P\frac{B}{90}}{H\frac{A}{90}\times P\frac{A}{90} + H\frac{B}{90}\times P\frac{B}{90}} \times 100,\ \text{ingevuld wordt dit:}$$

$$I\frac{H}{\text{s.g.}} = \frac{90\times 1{,}00 + 16\times 2{,}50}{100\times 1{,}00 + 20\times 2{,}50} \times 100 = 87$$

Voorbeeld waarde-index (dit is de waarde van de omzet)
De waarde van de omzet is de prijs × de hoeveelheid. Omdat deze producten uit de lopende periode worden vergeleken met die uit de basisperiode, is er in feite geen sprake meer van een gewogen indexcijfer; de waarde-index dient dan ook te worden gezien als een enkelvoudig indexcijfer.
In formule:

$$I\frac{w}{\text{s.g.}} = \frac{H\frac{A}{95}\times P\frac{A}{95} + H\frac{B}{95}\times P\frac{B}{95}}{H\frac{A}{90}\times P\frac{A}{90} + H\frac{B}{90}\times P\frac{B}{90}} \times 100,\ \text{ingevuld wordt dit:}$$

$$I\frac{w}{\text{s.g.}} = \frac{90\times 1{,}25 + 16\times 3{,}25}{100\times 1{,}00 + 20\times 2{,}50} \times 100 = 110;\ w = \text{waarde}$$

3.3. Opmerkingen bij het werken met indexcijfers

– Bij de wegingscijfers komt het aan op de verhouding ervan, niet op de absolute waarde van de gewichten.
– In vraagstukken (en in de praktijk) komen overtollige gegevens voor, let erop de juiste cijfers te hanteren.
– Voor het samenstellen van reeksen is het handig deze in tabelvorm op te zetten, dit geeft meteen inzicht en overzicht.
– Enige afronding van de gewichten is toegestaan, dit rekent wat gemakkelijker.

3.4. Waarschuwing bij het werken met indexcijfers

Met het hierna volgende voorbeeld wordt ge llustreerd dat de gegevens op de juiste manier, dat wil zeggen conform de gegeven definities, toegepast dienen te worden, omdat anders onjuiste en onbetrouwbare uitkomsten worden verkregen die tot onjuiste conclusies kunnen leiden.

Omschrijving	1995	1996
Hoeveelheid P in kg	40	80
Hoeveelheid Q in kg	60	90

De *waarde* van de omzetten van de goederen P en Q verhouden zich als 1 : 2.
Gevraagd wordt om de samengestelde hoeveelheidsindex (1995 = 100) te berekenen voor 1996.

De waarde van de omzet komt overeen met het product van de hoeveelheid en de prijs per eenheid.
Stel, de prijzen zijn P en Q, de waarde in 1995 is dan 40 P respectievelijk 60 Q en deze verhouden zich als 1 : 2, in

formulevorm: $\frac{40P}{60Q} = \frac{1}{2}$

De prijsverhouding is dan: 80P = 60Q, ofwel P = 3/4 Q.
Al eerder is aangegeven dat, voor het berekenen van de gewogen hoeveelheidsindex, de weging gedaan wordt met de gewichten van het basisjaar, in dit geval is dit de prijsverhouding van P en Q.
De gewogen hoeveelheidsindex wordt nu als volgt berekend:

$$I^H = \frac{H_{96}^{P} \times P_{95}^{P} + H_{96}^{Q} \times P_{95}^{Q}}{H_{95}^{P} \times P_{95}^{P} + H_{95}^{Q} \times P_{95}^{Q}} = \frac{80 \times 3/4Q + 90 \times Q}{40 \times 3/4Q + 60 \times Q} \times 100 = 167$$

Het is onjuist om de volgende berekeningsmethode te gebruiken:

$I^{H} = \dfrac{80 \times 1 + 90 \times 2}{40 \times 1 + 60 \times 2} \times 100 = 162$, omdat de prijs of de prijsverhouding als wegingsco ffici nt gehanteerd dient te worden.

4. Het verleggen van de basis

4.1. Redenen

Indexreeksen publicerende instanties verleggen regelmatig (elke 5 10 jaar) het basisjaar naar een meer recent jaar; redenen hiervoor zijn:

– De vergelijking met het basisjaar zegt steeds minder, bijvoorbeeld bij een basisjaar = 100 zegt het niet veel als de reeks in 1996 loopt van 1219 in januari tot 1251 in december.
– Het wegingspakket veroudert. Verder in dit artikel (5.) komen de wegingen van het prijsindexcijfer voor de gezinsconsumptie aan de orde; daar blijken diverse wijzigingen in de wegingen in de loop der jaren te zijn ingevoerd.

4.2. Methoden

Hierna zijn twee reeksen opgesteld: de eerste met als basisjaar 1920 = 100, terwijl bij de tweede het basisjaar is verlegd naar 1950 = 100. Omdat het hier gaat om enkelvoudige indexcijfers, is er geen verschil in de verhouding en kunnen alle cijfers eenvoudig in de verhouding (1 : 5) van 1950 en 1920 in de linkerkolom worden omgerekend (delen door 5) naar die met de verlegde basis in de rechterkolom.

1920 – 100	1920 – 20
1940 – 250	1940 – 50
1950 – 500	*1950 – 100*
1970 – 750	1970 – 150
1985 – 1000	1985 – 200
1995 – 1250	1995 – 250

Bij samengestelde indexen ontstaan er logischerwijs verschillen als de wegingsfactoren veranderen, zoals blijkt uit het volgende voorbeeld.

Voorbeeld:
Een onderneming verkoopt twee producten X en Y

Omschrijving	1950 (basisperiode)	1980
Omzet product X	ƒ 12×10^6	ƒ 7×10^6
Omzet product Y	ƒ 2×10^6	ƒ 60×10^6

De prijsontwikkeling in NLG/kg bedraagt:

Jaar	Product X	Product Y
1950	5	30
1980	10	20
1990	15	15
1995	25	10

De samengestelde, gewogen prijsindex op basis van 1950 = 100 wordt als volgt berekend:

$$1980: \frac{12 \times \frac{10}{5} + 2 \times \frac{20}{30}}{12 + 2} \times 100 = 181$$

$$1990: \frac{12 \times \frac{15}{5} + 2 \times \frac{15}{30}}{12 + 2} \times 100 = 264$$

$$1995: \frac{12 \times \frac{25}{5} + 2 \times \frac{10}{30}}{12 + 2} \times 100 = 433$$

In 1980 wordt besloten de omzetten van dit jaar als weging te gebruiken bij de berekening van het prijsindexcijfer. Dit geeft de volgende resultaten:

$$1980: \frac{7 \times \frac{10}{10} + 60 \times \frac{20}{20}}{7 + 60} \times 100 = 100$$

$$1990\text{:}\ \frac{7 \times \frac{15}{10} + 60 \times \frac{15}{20}}{7 + 60} \times 100 = 83$$

$$1995\text{:}\ \frac{7 \times \frac{25}{10} + 60 \times \frac{10}{20}}{7 + 60} \times 100 = 71$$

Het verloop van beide reeksen is zeer verschillend: op basis van 1950 een stijgende reeks en op basis van 1980 een dalende reeks.
Het is duidelijk dat de laatste reeks de realiteit beter weergeeft dan de eerste, omdat het belangrijkste product na 1980 sterk in prijs is gedaald. De conclusie is dan ook dat bij een grote wijziging van het wegingspakket zowel de weging als de basisperiode naar een meer recent jaar verlegd dienen te worden.

5. Het koppelen van twee reeksen

Doordat de basis in veel gevallen is verlegd, kan het voor het inzicht in het verloop van een indexreeks over een langere periode noodzakelijk zijn deze tot een aaneensluitende reeks te combineren.
Het eenvoudigst gaat dit met het enkelvoudig indexcijfer, omdat hier uitsluitend sprake is van een rekenkundige relatie.

N.B. Het spreekt voor zich dat de te koppelen reeksen betrekking moeten hebben op hetzelfde product van dezelfde kwaliteit, enzovoort.

Hierna volgen twee reeksen van een enkelvoudig indexcijfer die zijn omgerekend en gekoppeld, f voor het ene basisjaar (1970), f voor het andere basisjaar (1920).

	Basisjaar	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990
Reeks 1	1920	100	110	120	130	140			
Reeks 2	1950				100	108	119	131	133
Reeks 1+2	1970	65	71	78	84	91	100	110	121
Reeks 1+2	1920	100	110	120	130	140	155	170	187

Voor de omrekening van reeks 1 en 2 van 1920 respectievelijk 1950 naar 1970 wordt gewerkt in twee stappen. De eerste stap is het omrekenen van 1920 naar 1950 met de factor $\frac{100}{130}$ en de tweede stap is het omrekenen van 1950 naar 1970 met de factor $\frac{100}{119}$, voor 1920 naar 1970 bedraagt de omrekenfactor $\frac{100}{130} \times \frac{100}{119} = 0{,}646$.

Wanneer men kiest voor het basisjaar 1920, moet de reeks met het basisjaar 1970 worden gedeeld door deze factor (0,646).

Bij een samengestelde index is het omrekenen gecompliceerder. Het meest voor de hand liggend is de hele reeks opnieuw te berekenen op basis van de nieuwe samenstelling van het pakket wegingsfactoren. De samenstelling van het basispakket moet duidelijk worden aangegeven bij de betreffende reeks.

In de hierna volgende tabel zijn de wegingsfactoren van het prijsindexcijfer van de gezinsconsumptie weergeven, geldend voor werknemersgezinnen met een inkomen onder de loongrens van de ziektekostenverzekering.
In de jaren zeventig en tachtig van deze eeuw bestond er een automatische koppeling tussen de lonen en deze indexreeks.
Omdat de kosten voor medische verzorging een vrij hoge, bovennormale groei kenden, is er in 1980 van overheidswege een aanpassing van de omvang ingevoerd in dit aandeel (de weging) van de prijsindex om zo een buitensporige automatische groei van de lonen in Nederland te beteugelen.
Daarnaast zijn er autonome ontwikkelingen in het bestedingspatroon, die de verdere aanpassingen tot gevolg hebben gehad. Van 1985 tot heden is het pakket stabiel.

		1975	1980	1985
1.	Voedingsmiddelen, drank en tabak	280	239	213
2.	Kleding en schoeisel	98	88	68
3.	Huur en bijkomende kosten, verwarming en verlichting	159	221	272
4.	Meubelen, huishoudelijke apparaten en dagelijks onderhoud	94	81	66
5.	Medische verzorging	145	98	114
6.	Vervoer en communicatie	89	106	114
7.	Ontwikkeling en ontspanning	121	85	84
8.	Overige goederen en diensten	14	82	69
	Totaal	1000	1000	1000

Tabel 1. Prijsindexcijfer van de gezinsconsumptie; reeks voor werknemersgezinnen met een inkomen beneden de loongrens van de ziektekostenverzekering.

6. Berekeningsmethoden van indexcijfers

Volledigheidshalve zijn de meest gebruikelijke methoden, die van Laspeyres, Paasche en Fisher, hierna kort beschreven.
In de praktijk van de cost engineer zal het vrijwel niet voorkomen dat er actief mee wordt gewerkt.

Methode van Laspeyres
Hierbij wordt ervan uitgegaan dat het basispakket ook in de komende jaren wordt afgezet. Dit betekent dat er wordt gewogen met een constant pakket.
In formulevorm:

$$I \frac{\text{prijs}}{\text{Lasp.}} = \frac{\sum P_1 H_0}{\sum P_0 H_0}$$

Methode van Paasche
Hier wordt steeds gewogen met het pakket uit het lopende jaar; een steeds veranderend pakket dat in de praktijk niet snel kan worden opgevolgd, omdat de informatie pas wat later beschikbaar komt.
In formulevorm:

$$I \frac{\text{prijs}}{\text{Paa.}} = \frac{\sum P_1 H_1}{\sum P_0 H_1}$$

Methode van Fisher
Voor het berekenen van het prijsindexcijfer volgens de methode Fisher wordt het meetkundige gemiddelde genomen van de prijsindexcijfers van Laspeyres en Paasche, voor de hoeveelheidsindexcijfers wordt hetzelfde gedaan.
In formulevorm:

$$I \frac{\text{prijs}}{\text{Fish.}} = 100 \sqrt{\frac{\sum P_1 H_0}{\sum P_0 H_0} \times \frac{\sum P_1 H_1}{\sum P_0 H_1}}$$

In de praktijk zal meestal worden gewerkt volgens de methode Laspeyres, omdat dit weinig rekenwerk met zich meebrengt.
Overigens hebben indexcijfers een beperkte betekenis; ze gelden slechts voor het specifieke product of het specifieke pakket en omdat de veranderingen in de indices geleidelijk in de tijd plaatsvinden, is het verschil in uitkomst van de verschillende methoden op de niet al te lange termijn niet groot.

7. Literatuur

Voor het opstellen van dit artikel is gebruikgemaakt van de volgende bronnen:
Diverse CBS-reeksen.
NAP-rapport 28, weging 1970.
Van Doorn, A. en Links, *Praktisch leerboek der statistiek.*
Rijken van Olst, H., *Inleiding tot de statistiek deel I.*

Zie ook artikel T2020 – Werken met indexen: de toepassing.